

UFR de Mathématique et d'Informatique
L3 Informatique S5, 2014-2015, semestre de printemps

Probabilités, Statistiques et Combinatoire

Contrôle Continu de Combinatoire, 2 mars 2015

Durée : 1 heure

Tous documents (papier) autorisés mais non partagés

Calculatrices inutiles

Téléphones et appareils électroniques éteints et rangés dans un sac fermé

Justifier soigneusement les réponses

(1) Soit E un ensemble et f une application $E \rightarrow E$; rappelons qu'on définit f^n , $n \in \mathbb{N}$, par récurrence : $f^0 = Id_E$ et pour $n \in \mathbb{N}$, $f^{n+1} = f \circ f^n$. Soit $x \in E$ tel que $f^7(x) \neq f^8(x) = f^{11}(x) = f^{15}(x)$. Déterminer la hauteur et la période de x . (*Indication* : si $f^m(x) = f^n(x)$, alors $f^{m+k}(x) = f^{n+k}(x)$ pour tout $k \in \mathbb{N}$.)

(2) On a 52 boules : 15 bleues, 17 vertes et 20 rouges. Les boules d'une même couleur sont indiscernables. On considère des sélections de 7 boules parmi ces 52. Donner le nombre de sélections :

(i) avec au moins une boule bleue ;

(ii) avec au moins une boule verte ;

(iii) avec au moins une boule bleue et au moins une boule verte.

(*Indication* : dans les trois cas, considérer l'ensemble complémentaire de sélections : sans boules de certaines couleurs).

(3) Soient $B = \{0, 1\}$ et \mathbb{Z} l'ensemble des entiers relatifs. On définit la relation binaire R sur $B \times \mathbb{Z}$ par $(x, y) R (u, v)$ si et seulement si $(u, v) = (\bar{x}, y + 1)$, où $\bar{x} = 1 - x$ est le complément booléen de x .

(a) Décrire R^2 , R^3 et R^4 .

(b) Comparer les parités de $x + y$ et $u + v$ quand $(x, y) R (u, v)$.

(c) Décrire les classes d'équivalence de la relation d'équivalence engendrée par R .