

UFR de Mathématique et Informatique
L3 Informatique

Probabilités, Statistiques et Combinatoire — 2009-2010

Contrôle Terminal, partie “Combinatoire” — 2ème session de juin 2010

Durée conseillée : 1 heure

Documents autorisés : uniquement les 9 photocopiés de combinatoire

Téléphones, calculettes et ordinateurs interdits

Justifier soigneusement les réponses

(1) On a un jeu de cartes ordinaire comprenant 52 cartes de 13 *figures* (1, ..., 10, valet J, dame Q et roi K) dans chacune des 4 *couleurs* (coeur ♡, carreau ◇, trèfle ♣ et pique ♠). On appelle une *donne* un choix de 5 cartes (non ordonnées). Donner une formule pour les nombres :

- (i) de donnes avec des cartes de 5 figures différentes ;
- (ii) de donnes comprenant exactement 1 trèfle ♣ et 1 pique ♠ ;
- (iii) de donnes ne comprenant aucun trèfle ♣ ;
- (iv) de donnes comprenant au moins 1 trèfle ♣ et au moins 1 pique ♠ ;
- (v) de donnes comprenant 2 cartes rouges (coeur ♡ ou carreau ◇) et 3 cartes noires (trèfle ♣ ou pique ♠).

(2) Sachant que $10 = 7 + 3$,

- (i) calculer la congruence modulo 7 de 10^n pour $n = 0, \dots, 6$;
- (i) donner la valeur de la congruence $10^n \pmod{7}$ pour tout $n \in \mathbb{N}$, en fonction d'une certaine congruence de n (modulo combien ?) ;
- (ii) indiquer comment calculer $1234567890987654321 \pmod{7}$ sans effectuer sur une calculette la division $1234567890987654321/7$.

(3) Soit \mathbb{R}^2 le plan euclidien ; l'ensemble $\mathcal{P}(\mathbb{R}^2)$ comprend toutes les parties de \mathbb{R}^2 , c.-à-d. toutes les figures dans le plan. On définit la relation \sim sur $\mathcal{P}(\mathbb{R}^2)$ par $A \sim B$ si B est obtenu en appliquant à A une rotation autour de l'origine d'un quart de tour dans le sens des aiguilles d'une montre.

Décrire la relation d'équivalence engendrée par \sim . Dessiner la classe d'équivalence d'une figure en forme de R placée à droite de l'origine.