Université de Strasbourg | **UFR de Mathématiques et Informatique**
L2 Informatique et CMI S4 | **2016-2017, semestre de printemps**

Graphes

Contrôle Continu n°2, 4 avril 2017

Durée : 45 minutes

Responsable : Prof. Christian RONSE

Tous documents en papier autorisés mais non partagés

Calculettes inutiles

Téléphones et appareils électroniques éteints et rangés dans un sac fermé

Justifiez soigneusement vos réponses !

(1) Degrés sortants dans une arborescence.

On considère une arborescence à n sommets, où $n \geq 2$. Pour $k = 0, \ldots, n-1$, soit m_k le nombre de sommets de degré *sortant* égal à k.

(i) Démontrer que

$$\sum_{k=2}^{n-1}(k-1)m_k = m_0 - 1 \ .$$

(ii) Déduire de (i) que le degré sortant d'un sommet est borné par le nombre de feuilles : pour $k > m_0$, $m_k = 0$.

NB. On peut s'inspirer des exercices similaires faits en TD.

(2) Composantes fortement connexes.

On a un graphe orienté ayant 10 sommets a, b, c, d, e, f, g, h, i, j, et 13 arcs (pour simplifier, un arc d'origine x et de but y est ici écrit xy) ; voici la liste des 13 arcs, ordonnée suivant l'ordre alphabétique des origines, puis des buts :

$$ab,\ ad,\quad bc,\quad ce,\quad de,\ dg,\quad ea,\quad fi,\quad gh,\quad hf,\ hj,\quad ih,\quad ji,$$

voici la liste des mêmes 13 arcs, ordonnée suivant l'ordre alphabétique des buts, puis des origines :

$$ea,\quad ab,\quad bc,\quad ad,\quad ce,\ de,\quad hf,\quad dg,\quad gh,\ ih,\quad fi,\ ji,\quad hj.$$

On suppose que les voisins (entrants ou sortants) d'un sommet sont accédés dans l'ordre alphabétique. Construire les composantes fortement connexes de ce graphe au moyen de l'algorithme basé sur deux parcours en profondeur ; lors du premier parcours, il faudra expliciter la détermination des valeurs de début $d(s)$ et de fin $f(s)$ de chaque sommet s, et donner la liste des sommets triés par ordre décroissant de valeur de fin $f()$. Lors du deuxième parcours, il faudra expliciter la construction des arborescences puis donner chaque composante fortement connexe sous forme d'une liste de sommets.

NB. On a le droit de représenter le graphe par un dessin.