

## Résolution...

**Remarque :** Certains des exercices ci-dessous sont inspirés du livre de Raymond Smullyan “Quel est le titre de ce livre?”.

### 1 Problème de Bill

1. Si Bill prend l'autobus et si l'autobus est en retard, alors Bill manquera son rendez-vous.
2. Bill n'ira pas à la maison si il manque son rendez-vous et si il est déprimé.
3. Si Bill n'obtient pas de travail alors Bill sera déprimé et Bill ira à la maison.

Peut-on en **déduire** les affirmations suivantes :

1. Si Bill prend l'autobus et si l'autobus est en retard, alors Bill obtient du travail.
2. Bill obtiendra du travail s'il manque son rendez-vous et s'il va à la maison.
3. Si l'autobus est en retard, Bill ne prendra pas l'autobus ou Bill manquera son rendez-vous.
4. Si Bill prend l'autobus et va à la maison, alors Bill ne sera pas déprimé si l'autobus est en retard.

### 2 Les aventures de Pierre

Il y a un homme : Pierre et trois femmes : Janine, Françoise et Louise.

Supposons vrai que :

1. Pierre aime au moins l'une des trois femmes.
2. Si Pierre aime Janine mais pas Louise, alors, Pierre aime Françoise.
3. Pierre aime à la fois Louise et Françoise, ou Pierre n'en aime aucune des deux.
4. Si Pierre aime Louise, alors Pierre aime Janine aussi.

**Questions :**

1. Exprimer l'énoncé sous forme de clauses en logique propositionnelle.
2. Qui est-ce que Pierre aime ?
3. Prouver votre réponse en utilisant la méthode de résolution par coupure.

### 3 Le club écossais

Un club est régi par le règlement suivant :

1. Tout membre non écossais porte des chaussettes oranges.
2. Tout membre porte un kilt ou ne porte pas des chaussettes oranges.

3. Les membres mariés ne sortent pas le dimanche.
4. Un membre sort le dimanche si et seulement si il est écossais.
5. Tout membre qui porte un kilt est écossais et marié.
6. Tout membre écossais porte un kilt.

Exprimer ce règlement au moyen de clauses de la logique propositionnelle. Montrer qu'il est impossible d'adhérer au club en utilisant la méthode de résolution par coupure.

## 4 Problème des trois coffrets

Dans le marchand de Venise de Shakespeare, Portia a trois coffrets : un en or, un en argent et un en plomb, et dans l'un d'eux, elle a caché son portrait. Quand un de ses soupirants se présente, elle lui fait choisir l'un des coffrets, et c'est celui qui a la chance (au l'astuce) de trouver le coffret contenant son portrait qui peut l'épouser.

Mais le couvercle de chaque coffret porte une inscription pour guider le choix du soupirant, car Portia ne veut pas choisir un époux pour sa vertu mais pour son intelligence.

Elle traça un jour les inscriptions suivantes :

- Sur le coffret en or : Le portrait est dans ce coffret.
- Sur le coffret en argent : Le portrait n'est pas dans ce coffret.
- Sur le coffret en plomb : Le portrait n'est pas dans le coffret en or.

Elle expliqua à son soupirant que, de ces trois affirmations, une seule, au plus, était vraie. Quel coffret le soupirant devait-il choisir pour obtenir la main de Portia ?

Le soupirant choisit le bon coffret. Ils se marièrent et furent heureux - pour un temps. Puis un jour, Portia pensa : "*Bien que mon époux ait montré quelque intelligence en prenant le bon coffret, je pense que le problème n'était pas vraiment difficile, et si j'avais construit un problème plus difficile, j'aurais probablement trouvé un mari plus malin que le mien.*"

Séance tenante, elle entreprit de divorcer et se mit en compagnie d'un mari plus astucieux. Voici ce qu'elle inscrivit cette fois sur les coffrets :

- Sur le coffret en or : Le portrait n'est pas dans le coffret en argent.
- Sur le coffret en argent : Le portrait n'est pas dans ce coffret.
- Sur le coffret en plomb : Le portrait est dans ce coffret.

Elle révéla à ses nouveaux soupirants qu'une au moins de ces inscriptions était vraie et qu'un au moins une était fausse.

Où avait t-elle caché son portrait ?

### Epilogue :

Par un coup du destin, ce fut son ancien mari, qui était vraiment brillant, quoiqu'elle en pensât, qui devina la cachette du portrait. Ils se remarièrent. Il ramena Portia à la maison, la prit sur ces genoux et lui donna une fessée si retentissante qu'il ne lui vint jamais plus d'idée aussi saugrenue.

## 5 Enigme

Un prince est dans un cruel embarras. Le voici au pied du manoir où la sorcière retient prisonnière sa princesse. Deux portes donnent accès au château. L'une conduit aux appartements de la princesse, l'autre s'ouvre sur l'ancre d'un dragon. Le prince sait seulement que l'une de ces portes s'ouvre si on énonce une proposition vraie, et l'autre si on énonce une proposition fausse.

Comment le prince peut-il délivrer la princesse ?