

## Logique et Programmation Logique

Contrôle Continu n°3

*Durée : 1 heure 30 minutes*

Responsable : Prof. Christian RONSE

*Tous documents en papier autorisés mais non partagés*

*Calculatrices inutiles*

*Téléphones et appareils électroniques éteints et rangés dans un sac fermé*

*Justifiez soigneusement vos réponses !*

### (1) Résolution avec variables.

On considère les énoncés suivants :

1. Tout étudiant absent en cours est un glandeur ou un activiste de l'AIUS.
2. Tout activiste de l'AIUS a un ami membre de l'ADEM.
3. Tous les amis de tous les membres de l'ADEM sont heureux.
4. Tout glandeur qui n'est pas heureux abandonne ses études.
5. Il y a un étudiant absent en cours.
6. Quelqu'un qui est heureux parle aux canards de l'étang.

Montrer par la méthode de résolution avec variables qu'on peut en déduire la conséquence :

- C. Il y a quelqu'un qui abandonne ses études ou qui parle aux canards de l'étang.

Indication : Exprimer les énoncés ainsi que la négation de la conséquence dans le calcul des prédicats, puis les mettre sous forme prénexé, ensuite éliminer les quantificateurs, et enfin utiliser la méthode de résolution avec variables (unification / coupure / simplification).

### (2) Fonctions booléennes auto-duales.

Soit  $B = \{0, 1\}$ . Une fonction booléenne à  $n$  variables  $f : B^n \rightarrow B$  est *auto-duale* si pour tous  $x_1, \dots, x_n \in B$  on a  $f(\bar{x}_1, \dots, \bar{x}_n) = \overline{f(x_1, \dots, x_n)}$ , où  $\bar{z}$  désigne le complément booléen de  $z$ .

- (i) Décrire toutes les fonctions booléennes auto-duales à 1 ou 2 variables. (La forme de la description des fonctions est au choix : table de vérité, diagramme de Karnaugh, somme de monômes conjonctifs, combinaison de fonctions logiques élémentaires, etc.).
- (ii) Donner le nombre de fonctions booléennes auto-duales à  $n$  variables.

### (3) Interprétations.

On considère les deux énoncés suivants :

- (a)  $\forall x \exists y p(x, y)$ .
- (b)  $\forall y \exists x p(x, y)$ .

Donner quatre interprétations :

- (i) la première donnant “vrai” pour  $(a)$  et  $(b)$  ;
- (ii) la deuxième donnant “faux” pour  $(a)$  et “vrai” pour  $(b)$  ;
- (iii) la troisième donnant “vrai” pour  $(a)$  et “faux” pour  $(b)$  ;
- (iv) la quatrième donnant “faux” pour  $(a)$  et  $(b)$ .

**NB.** Chaque interprétation a un ensemble de base  $E$  pour instancier les variables ; il y a des solutions avec  $|E| = 2$ .

**Conclusion :**  $(a)$  ou  $\neg(a)$  est-il la conséquence de  $(b)$  ou  $\neg(b)$  ?