Université de Strasbourg **UFR de Mathématiques et Informatique**
L2 d'Informatique S4 **15 décembre 2015**

Logique et Programmation Logique

Contrôle Continu à 50%

Durée : 1 heure 30 minutes
Responsable : Prof. Christian RONSE
Tous documents en papier autorisés mais non partagés
Calculettes, téléphones et appareils électroniques éteints et rangés dans un sac fermé

Justifiez soigneusement vos réponses !

(1) Calcul propositionnel.
La Guerre des Écoles (d'après Vincent Le Ligeour) : Un polytechnicien, un normalien et un centralien promeuvent leurs Écoles respectives.

Le polytechnicien dit : "Le normalien ment."
Le normalien dit : "Le centralien ment."
Le centralien dit : "Le polytechnicien et le normalien mentent tous les deux."

Lesquels des trois disent la vérité, et lesquels mentent ?

Indication : définir 3 symboles propositionnels correspondant au mensonge de chacun, et traduire les 3 phrases ci-dessus en formules liant ces symboles. Ensuite, la méthode utilisée pour déterminer lesquelles de ces propositions sont valides ou non est laissée au choix.

(2) Expressions (in)valides ou (in)satisfaisables.
Soit f une formule bien formée du calcul propositionnel, composée uniquement d'atomes (littéraux), connecteurs $\vee$ et $\wedge$, et parenthèses; en d'autres termes la négation $\neg$ et l'implication $\Rightarrow$ n'interviennent pas dans la formation de f; par exemple:

$$\Big(\big((p \vee q) \wedge (r \vee p)\big) \wedge \big((p \wedge s) \vee r\big)\Big) \ .$$

Une telle formule f est-elle valide, invalide, satisfaisable, insatisfaisable ? (Justifier en prouvant chaque affirmation).

(3) Résolution avec variables.
On a les 3 axiomes suivants :
$(A1)$ $\exists X \; \forall Y \; \big[p(X,Y) \vee p(Y,X)\big]$.
$(A2)$ $\forall X \; \big(p(X,X) \Rightarrow \big[q(X) \vee r(X)\big]\big)$.
$(A3)$ $\forall Z \; \big[r(Z) \Rightarrow q(Z)\big]$.
Montrer qu'on peut en déduire la conséquence suivante :
(C) $\exists U \; q(U)$.
Indication : Partant des axiomes et de la négation de la conséquence, les mettre sous forme prénexe, ensuite éliminer les quantificateurs, et enfin utiliser la méthode de résolution avec variables (avec les 2 règles d'inférence de résolution et diminution) pour aboutir à la clause vide.

(4) Interprétation en CP1.

On considère la formule suivante du calcul des prédicats :

$$\Big(\forall x \ \big[A(x) \vee B(x)\big]\Big) \implies \Big(\big[\forall x \ A(x)\big] \vee \big[\forall x \ B(x)\big]\Big)$$

Donner une interprétation pour laquelle elle a la valeur **vrai**, et une autre pour laquelle elle a la valeur **faux**.