

Logique et Programmation Logique

Contrôle Continu à 50%

Durée : 1 heure 30 minutes

Responsable : Prof. Christian RONSE

Tous documents en papier autorisés mais non partagés

Calculatrices, téléphones et appareils électroniques éteints et rangés dans un sac fermé

Justifiez soigneusement vos réponses !

(1) Calcul propositionnel.

Trois personnes s'expriment :

Arthur dit : "Si Charles ment, alors Bernard ment."

Bernard dit : "Charles ment."

Charles dit : "Arthur ou Bernard ment."

Lesquels des trois disent la vérité, et lesquels mentent ?

Indication : Définir 3 symboles propositionnels correspondant au dire vrai de chacun, et traduire les 3 phrases ci-dessus en formules liant ces symboles. Ensuite, la méthode utilisée pour déterminer lesquelles de ces propositions sont valides ou non est laissée au choix.

(2) Résolution avec variables.

On considère les énoncés suivants :

1. Tout poète a quelqu'un qui l'inspire.
2. Seule une muse peut inspirer un poète.
3. Il y a un poète qui aime toutes les muses.
4. Un poète qui ne réussit pas à publier n'aime pas toutes les muses.

Montrer par la méthode de résolution avec variables qu'on peut en déduire la conséquence :

C. Il y a un poète qui réussit à publier et qui aime quelqu'un qui l'inspire.

Indication : Exprimer les énoncés ainsi que la négation de la conséquence dans le calcul des prédicats, puis les mettre sous forme prénexe, ensuite éliminer les quantificateurs, mettre les formules sous forme d'ensemble de clauses, et enfin utiliser la méthode de résolution avec variables (unification / coupure / simplification).

(3) Interprétations.

On considère les deux énoncés suivants :

(a) $\exists x \forall y [p(x, y) \wedge q(x, y)]$.

(b) $\forall y \exists x [p(x, y) \vee q(x, y)]$.

Donner trois interprétations,

- (i) la première donnant “vrai” pour (a) et (b) ;
- (ii) la deuxième donnant “faux” pour (a) et “vrai” pour (b) ;
- (iii) la troisième donnant “faux” pour (a) et (b) .

Question annexe :

- (iv) Peut-on avoir une interprétation donnant “vrai” pour (a) et “faux” pour (b) ?

NB. Chaque interprétation a un ensemble de base non vide E pour instancier les variables ; pour (i, ii, iii) , il y a des solutions avec E ayant seulement deux éléments ($card E = 2$).