Université de Strasbourg **UFR de Mathématiques et Informatique**
L2 Informatique S3 **16 mai 2019**

Logique et Programmation Logique

Contrôle Continu CP0/CP1 à 50%

Durée : 1 heure 30 minutes
Responsable : Prof. Christian RONSE
Tous documents en papier autorisés mais non partagés
Calculettes, téléphones et appareils électroniques éteints et rangés dans un sac fermé

Justifiez soigneusement vos réponses !

(1) Résolution avec variables.
On considère les énoncés suivants :

(i) Tous les enfants aiment le Père Noël.
(ii) Quiconque aime le Père Noël aime tous les rennes.
(iii) Rudolf est un renne et il a un nez rouge.
(iv) Quiconque a un nez rouge est bizarre ou est un clown.
(v) Aucun renne n'est un clown.
(vi) Scrooge n'aime pas quiconque est bizarre.

Montrer par la méthode de résolution avec variables qu'on peut en déduire la conséquence :

(c) Scrooge n'est pas un enfant.

Indication : Exprimer les énoncés ainsi que la négation de la conséquence dans le calcul des prédicats, puis les mettre sous forme prénexe, ensuite éliminer les quantificateurs, et enfin utiliser la méthode de résolution avec variables (unification / coupure / simplification).

(2) Interprétation en CP1.
On considère la formule suivante du calcul des prédicats :

$$\forall x \, \Big(p(x) \Longrightarrow \exists y \big[q(x,y) \Longrightarrow r(x,y) \big] \Big) \ .$$

Est-elle satisfiable ? Est-elle une tautologie ? Justifiez par des interprétations.

(3) Expressions (in)valides ou (in)satisfiables.
Soit $\mathcal{F}$ l'ensemble de formules du calcul propositionnel engendrées comme suit :

(i) Tout symbole propositionnel (atome) appartient à $\mathcal{F}$;
(ii) Si A et B appartiennent à $\mathcal{F}$, alors $(A \vee B)$, $(A \wedge B)$ et $(A \Rightarrow B)$ appartiennent à $\mathcal{F}$;
(iii) un élément de $\mathcal{F}$ ne peut pas être obtenu autrement que par application répétée des règles (i) et (ii).

En d'autres termes, $\mathcal{F}$ comprend toutes les formules bien formées du calcul propositionnel qui sont composées uniquement d'atomes (symboles propositionnels), connecteurs $\vee$ (disjonction), $\wedge$ (conjonction) et $\Rightarrow$ (implication), ainsi que de parenthèses ; donc la négation $\neg$ et l'équivalence $\Leftrightarrow$ n'interviennent pas dans la formation des formules de $\mathcal{F}$. Voici un exemple de formule appartenant à $\mathcal{F}$:

$$\Big(\big((p \Rightarrow q) \wedge (r \vee p)\big) \Rightarrow \big((p \wedge s) \vee r\big)\Big) \ .$$

Questions : une formule de $\mathcal{F}$ est-elle (a) toujours satisfiable ? (b) toujours insatisfiable ? (c) toujours valide ? (d) toujours invalide ? Pour chaque question, justifier la réponse en expliquant pourquoi (preuve ou contre-exemple).