Université de Strasbourg **UFR de Mathématiques et Informatique**
L2 d'Informatique **Session de janvier 2010**

Logique

Contrôle Terminal

Durée : 2 heures
Responsable : Prof. Christian RONSE
Tous documents en papier autorisés mais non partagés
Calculettes inutiles
Téléphones et appareils électroniques interdits

Justifiez soigneusement vos réponses

(1) Mauvais prof (résolution avec variables).
On considère les énoncés suivants :

1. Quelqu'un qui fait des projets différents dans les 2 groupes de TP est un imbécile ou un mauvais prof.
2. Tous les mauvais profs sont dénoncés publiquement sur Internet.
3. Si on est dénoncé publiquement sur Internet, on n'est pas heureux.
4. Tout imbécile heureux prend sa retraite anticipée.
5. Quiconque n'est pas heureux prend sa retraite anticipée ou casse les pieds de son entourage.
6. Il y a quelqu'un qui fait des projets différents dans les 2 groupes de TP.

Montrer par la méthode de résolution avec variables qu'on peut en déduire la conséquence :

C. Il y a quelqu'un qui prend sa retraite anticipée ou qui casse les pieds de son entourage.

Indication : Exprimer les énoncés ainsi que la négation de la conséquence dans le calcul des prédicats, puis les mettre sous forme prénexe, ensuite éliminer les quantificateurs, et enfin utiliser la méthode de résolution avec variables (unification / coupure / simplification).

(2) Fonction booléenne.
Soit f la fonction booléenne à quatre variables définie par $f(x_1, x_2, x_3, x_4) = 1$ si et seulement si parmi les quatre variables x_1, x_2, x_3, x_4, au plus deux d'entre elles valent 1, c.-à-d. $card\{i \mid x_i = 1\} \leq 2$.

(i) Donner le support de f.
(ii) Déterminert les monômes conjonctifs maximaux de f par la méthode de Quine.
(iii) Parmi ces monômes maximaux, lesquels sont centraux ?
(iv) La fonction f est-elle croissante ? décroissante ?

Rappel : La fonction f est croissante si

$$\big(x_1 \leq y_1, x_2 \leq y_2, x_3 \leq y_3, x_4 \leq y_4\big) \implies f(x_1, x_2, x_3, x_4) \leq f(y_1, y_2, y_3, y_4) \ ,$$

tandis qu'elle est décroissante si

$$\big(x_1 \leq y_1, x_2 \leq y_2, x_3 \leq y_3, x_4 \leq y_4\big) \implies f(x_1, x_2, x_3, x_4) \geq f(y_1, y_2, y_3, y_4) \ .$$

(3) Interprétations.
Des deux énoncés

$$\forall\, x\; \exists\, y\;\; p(x,y)$$

et

$$\exists\, x\; \forall\, y\;\; p(x,y)\;\; ,$$

aucun n'implique l'autre. Pour le démontrer, donner :

(i) une interprétation pour laquelle le premier est vrai mais le second est faux ;
(ii) une interprétation pour laquelle le second est vrai mais le premier est faux.

(4) Unification.
Dand chacune des deux paires de formules, donner le plus grand unificateur des deux formules, ou montrer qu'elles ne sont pas unifiables :

$$\begin{aligned} p\big(U, h(a), V, g(X,b)\big) \qquad &\text{et} \qquad p\big(f(X), X, g(a,X), Y\big)\;\; ; \\ q\big(U,V,W\big) \qquad &\text{et} \qquad q\big(f(W), f(U), f(V)\big)\;\; . \end{aligned}$$

(NB. Les majuscules désignent des variables, les minuscules des fonctions ou des constantes.)