Examen

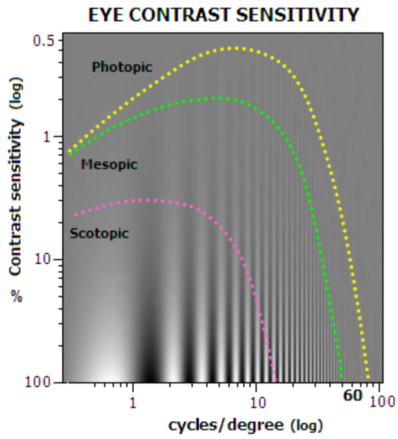
2h

- **Consigne : rendre une copie par exercice**
- Seuls les documents fournis lors des séances de cours, TD et TP, ainsi que les notes manuscrites prises pendant ces séances sont autorisés.
- Tous les dispositifs électroniques sont interdits, à l'exception des calculatrices non graphiques.
- Les réponses devront être correctement justifiées.
- Une attention toute particulière sera portée à la clarté du texte, la propreté de la copie, l'orthographe et la grammaire.

Exercice 1 (Fonction de sensibilité au contraste)

Rappel : *Le contraste est l'écart de luminosité entre les hautes et les basses lumières.*

L'œil humain n'est pas sensible de manière égale au constraste à toutes les fréquences. Pour une fréquence donnée, la valeur de contraste pour laquelle le constraste n'est plus perceptible par l'œil s'appelle le seuil de sensibilité au contraste (dans notre cas, de luminance). La fonction qui associe le seuil de sensibilité à chaque fréquence s'appelle la fonction de sensibilité au contraste (FSC). Ces valeurs sont présentées sur la figure ci-dessous : en abscisse, la fréquence et en ordonnée, le constraste (échelle décroissante : plus on monte, plus il diminue). Les trois courbes représente la FSC moyenne obtenue sur plusieurs individus. On s'intéressera à celle sur la vision photopique.



1. Dans les hautes fréquences, la FSC atteint zéro à partir d'une fréquence r_0. Que représente pour l'œil humain cette fréquence ?

On note $\varphi : r \in \mathbb{R}^+ \mapsto \varphi(r) \in \mathbb{R}^+$ la FSC et soit I une image en niveau de gris. On souhaite utiliser la FSC pour réduire la taille (en mémoire) de I sans altérer la qualité perçue. Dans un premier temps, on souhaite supprimer des images les fréquences supérieures à r_0 (dans toutes les orientations).

2. Indiquer dans l'espace de Fourier 2d la ou les fréquence(s) correspondant à r_0.
3. Proposer un filtre F_0 permettant de supprimer les fréquences supérieures à r_0 d'une image I. Ecrire l'algorithme correspondant à F_0.
4. Quel est le nom de la famille de filtres auquel appartient ce filtre ?

Dans un deuxième temps, on souhaite utiliser toutes les valeurs de la FSC. Soit une fréquence r et $a = \varphi(r)$, et $\mathcal{F}(I)$ la transformée de Fourier de I.

5. Soit l'ensemble $U_r = \{f(I)(\omega), |\omega| = r\}$, que représente $V = \mathcal{F}^{-1}(U_r)$?
6. Définir une fonction qui, à un pixel p et une taille t, associe le constraste local dans la fenêtre centrée en p de taille t.
7. Montrer alors comment utiliser la FSC pour supprimer les contrastes invisibles à l'œil à la fréquence r.
8. Ecrire l'algorithme du filtre F_φ utilisant toutes les valeurs de la FSC φ.
9. Ce filtre est-il linéaire ? (justifier)

Exercice 2 (Morphologie mathématique)

Une image binaire peut être considérée comme une partie d'un espace $E = \mathbb{R}^d$ ou $\mathbb{Z}^d$ dont l'origine est notée o. La translation d'un ensemble $X \subseteq E$ par un point $p \in E$, notée X_p, est définie par : $X_p\{x + p \mid x \in X\}$. On rappelle les formules de la dilatation et de l'érosion dans le cas binaire :

- $\delta_B(X) = \bigcup_{x\in X} B_x$
- $\varepsilon_B(X) = \{x \in E \mid B_x \subseteq X\} = \bigcap_{b\in B} X_{-b}$

Transformée en tout-ou-rien

Soient deux éléments structurants A et B tels que $A \cap B = \emptyset$. Dans le cas binaire, la transformée en tout-ou-rien est définie par : $X \otimes (A, B) = \{x \mid A_x \subseteq X, B_x \subseteq X^c\}$

1. Soient un ensemble X et deux éléments structurants A et B définis sur la figure 2. Dessiner sur la figure le résultat de la transformée en tout-ou-rien $X \otimes (A, B)$.
2. Donner l'expression de $X \otimes (A, B)$ en fonction de l'opérateur d'érosion et d'opérateurs ensemblistes.

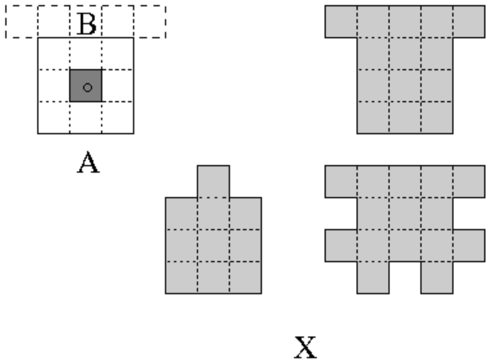


Fig.2 Eléments structurants A (trait plein) et B (trait pointillé) partageant la même origine o. En gris clair : ensemble X (constitué de plusieurs composantes connexes).

3. Donner la définition des éléments structurants A et B tels que : $X \otimes (A, B) = \varepsilon_A(X)$ [1].
4. Donner la définition des éléments structurants A et B permettant de détecter des points isolés (c'est à dire des points ne possédant aucun point voisin dans un 8-voisinage).
5. On souhaite détecter les points terminaux d'un squelette. Donner une famille d'éléments structurants pouvant être utilisés pour détecter une telle configuration. Donner la formule de l'opérateur permettant de détecter les points terminaux d'un squelette à partir de la famille d'éléments structurants donnée précedemment.

Amincissement

L'opération d'amincissement est définie par $X \circ (A, B) = X \setminus X \otimes (A, B)$. Les amincissements sont souvents utilisés de manière séquentielle, afin de supprimer itérativement certaines configurations de point jusqu'à stabilité. Généralement on utilise une famille $T_i = \theta_i(A, B)$ d'éléments structurants contant les différentes rotations d'un élément structurant original et on définit $X \circ T = (\ldots((X \circ T_1) \circ T_2) \ldots) \circ T_n$.

1. Donner la définition de (A, B) permettant d'obtenir, par amincissement, le contour 4-connexe de X.
2. Idem pour le contour 8-connexe.
3. Définir une famille d'éléments structurants permettant d'obtenir un squelette homotopique de largeur 1. Justifier votre réponse et donner le résultat obtenu sur la figure X.

Exercice 3 (Détection de panneaux)
On souhaite détecter les panneaux triangulaires dans des images de scène routière en couleurs (Voir par exemple fig.3). Pour cela, on procède en deux phases :

1. Une sélection des pixels selon leur couleur : rouge/ non rouge (voir par exemple fig. 4).
2. Une sélection des objets (obtenus par regroupement en composante connexe des pixels d'intérêt) selon des critères géométriques.

---

1. Vous pouvez définir les éléments A et B par une matrice carrée de taille impaire, où l'origine est au centre et un point de A est défini par la valeur 1, un point de B par la valeur 0, et un point indéfini par '.' . Ainsi dans l'exemple illustré sur la figure, $(A, B) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ . & 1 & 1 & 1 & . \\ . & 1 & 1 & 1 & . \\ . & 1 & 1 & 1 & . \\ . & . & . & . & . \end{pmatrix}$

Fig.3. Image en couleurs (RGB) d'une scène routière.

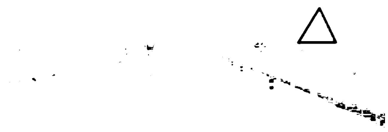


Fig.4. Résultat de la binarisation d'une image en deux classes (rouge/ non rouge). En noir, les pixels d'intérêt et en blanc les autres.

1. La rectangularité est le premier critère géométrique utilisé. Définir la rectangularité ?
2. La rectangularité Rect est calculée pour chaque objet de l'image binaire. Les composantes connexes sont potentiellement considérées comme des panneaux triangulaires s'ils répondent à l'un des deux critères suivants, lequel ? (justifier) :
   Rect < 0.4
   Rect > 0.8
3. Une deuxième étape géométrique consiste à détecter les droites par la transformée de Hough. Décrire le principe de cette transformée ?
4. Comment peut-on utiliser cette transformée pour sélectionner des formes triangulaires (triangles équilatéraux) ?
5. De manière empirique et à partir d'une séquence contenant 3436 images, on tente de déterminer la valeur seuil optimale de rectangularité en analysant une courbe COR. Définir la courbe COR.
6. Le panneau de la figure 5 n'est pas détecté. Pour quelle raison à votre avis ? (il ne s'agit pas d'un problème de sélection colorimétrique).

Fig.5 Panneau non détecté