

### Traitement d'Images

*Durée : 2 heures*

Responsable: Prof. Christian RONSE

*Tous documents et calculettes autorisés*

*Téléphones et ordinateurs portables interdits*

*Justifiez soigneusement vos réponses !*

**NB.** *Toutes les figures, images et masques sont discrets et à 2 dimensions, c.à.d. dans  $\mathbb{Z}^2$ .*

#### (1) Réduction topologique (6 points)

On a une figure  $F$  formant une bande horizontale épaisse de deux pixels (cfr. ci-dessous à gauche), et on choisit un pixel  $p$  au milieu de cette bande, qui a 5 voisins  $q_1, q_2, q_3, q_4, q_5$  dans  $F$  (cfr. ci-dessous à droite) :

$$\begin{array}{cccccccc} \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots \\ \dots & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & \dots & \dots & 1 & q_2 & q_3 & q_4 & 1 & \dots \\ \dots & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & \dots & \dots & 1 & q_1 & p & q_5 & 1 & \dots \\ \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots \end{array}$$

On considère les deux choix classiques d'adjacences et connexités pour la figure  $F$  et le fond  $F^c$  :

- (a) 4- sur la figure et 8- sur le fond ;
- (b) 8- sur la figure et 4- sur le fond.

Il est clair que  $p$  est simple (dans  $F$ ) pour ces deux choix (a) et (b). Pour chaque  $i = 1, \dots, 5$  et pour chaque choix (a), (b) de connexités, déterminer si la paire  $\{p, q_i\}$  peut être enlevée de la figure  $F$  sans changer sa topologie. (Indication : regarder  $F \setminus \{p\}$ .)

#### (2) Filtrage (5 points)

On a une image à niveaux de gris qui a subi des dommages par rayures. Celles-ci prennent la forme de barres horizontales ou verticales très claires ou très sombres épaisses de deux pixels ; deux barres parallèles sont espacées d'au moins 3 pixels.

Discuter de l'utilité des filtres linéaires et du filtre médian pour éliminer ces rayures, en précisant bien : la taille et les coefficients du masque pour un filtre linéaire, la taille et la forme de la fenêtre pour le filtre médian.

#### (3) Histogramme et bruit (5 points)

On a une image à niveaux de gris définie sur une grille  $G$  de taille  $n$  et à valeurs dans l'échelle  $\{0, \dots, 255\}$ . Cette image est corrompue par un bruit qui agit sur chaque pixel indépendamment des autres, en modifiant le niveau de gris de la façon suivante :

- (a) en l'augmentant de 1, ce qui peut arriver avec une probabilité de  $1/3$  ;
- (b) en le diminuant de 2, ce qui peut arriver avec une probabilité de  $1/6$  ;

(c) en ne le changeant pas, ce qui peut arriver avec une probabilité de  $1/2$ .

Si le bruit transforme le niveau de gris en une valeur hors de l'échelle  $\{0, \dots, 255\}$  (c.à.d.  $255+1 = 256$ ,  $1-2 = -1$  ou  $0-2 = -2$ ), alors cette valeur est ramenée dans l'échelle par "troncature", c.à.d. en faisant  $256 \mapsto 255$ ,  $-1 \mapsto 0$  et  $-2 \mapsto 0$ .

Décrire la transformation la plus vraisemblable que cela induirait sur l'histogramme de l'image; en d'autres termes expliquer comment obtenir l'histogramme de l'image bruitée à partir de celui de l'image originale. (Indication: étant données  $n$  variables aléatoires mutuellement indépendantes ayant toutes la probabilité  $p$  d'avoir la valeur  $x$ , il est vraisemblable que  $p \cdot n$  parmi elles prendront la valeur  $x$ .)

**(4) Mesures discrètes (6 points)**

On a une figure (ensemble de pixels) connexe et sans trou, en forme d'ellipse. Donner une méthode, de préférence peu coûteuse en temps de calcul,

(i) pour mesurer sa largeur;

(ii) pour mesurer sa longueur.