

Examen de Théorie des Langages
Licence Informatique 3e année

durée : 3 heures

documents non autorisés

aucun appareil électronique n'est autorisé

Les 5 parties sont indépendantes. Le soin apporté à la copie sera pris en compte dans la notation.

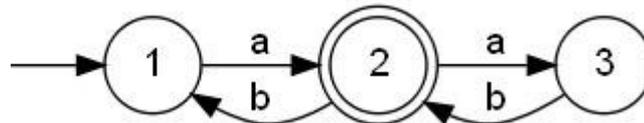
Partie I Vrai/Faux

Indiquez si les assertions suivantes sont vraies ou fausses. Toute réponse doit être justifiée.

- a) Les langages L_1 et L_2 sont rationnels si et seulement si $L_1 \cap L_2$ est rationnel.
- b) Si M est un langage rationnel, tout langage L vérifiant $L \subseteq M$ est rationnel.
- c) Les expressions rationnelles $(a+b)^*$ et $(a^*b)^*$ décrivent le même langage.
- d) Le langage $\{a^n b^n \mid n \leq 10000\}$ est rationnel.

Partie II Expression rationnelle

Indiquez par une expression rationnelle le langage reconnu par l'automate suivant. Vous expliquerez la méthode employée.



Partie III Langage

Montrez que si deux mots u et v commutent ($uv = vu$) ils sont puissance d'un même mot (il existe $w \in \Sigma^*$ et $k, k' \in \mathbb{N}$ tels que $u = w^k$ et $v = w^{k'}$).

Partie IV Langage algébrique

On définit le langage de l'addition sur l'alphabet $\{a, b\}$

$$L_{add} = \{a^m b a^n b a^{m+n} \mid m, n \in \mathbb{N}\}$$

et le langage de la multiplication

$$L_{mul} = \{a^m b a^n b a^{mn} \mid m, n \in \mathbb{N}\}$$

- Montrez que le langage L_{add} n'est pas rationnel.
- Donnez une grammaire algébrique qui engendre L_{add} .
- Le langage L_{mul} est-il algébrique ? Justifiez.

Partie V Automates à piles

- On note $bin(n)$ la représentation binaire de l'entier n sans 0 non significatif, ainsi $bin(0) = 0$, $bin(1) = 1$, $bin(2) = 10$, etc. Par ailleurs, \bar{n} désigne le mot miroir de n , ainsi $\overline{1101} = 1011$.

Expliquez le principe de fonctionnement de l'automate à pile reconnaissant le langage $L = \{bin(n) \$ \overline{bin(n+1)} \mid n \in \mathbb{N}\}$

- Montrez que le langage $\{a^n b^n\} \cup \{a^n b^{2n}\}$ n'est pas reconnu par un automate à pile déterministe alors qu'il l'est par un automate à pile non déterministe.