

Complexité et Calculabilité

Contrôle Continu n°2

Durée : 1 heure

Responsable : Prof. Christian RONSE

Tous documents en papier autorisés mais non partagés

Calculettes inutiles

Téléphones et appareils électroniques éteints et rangés dans un sac fermé

Justifiez soigneusement vos réponses

(1) Concaténation de langages NP.

Soient L_1 et L_2 deux langages de la classe NP. Montrer que leur concaténation L_1L_2 est aussi de la classe NP.

(2) NP et EXP.

Supposons qu'on parvienne à montrer qu'un certain langage L de la classe NP requiert effectivement un temps exponentiel pour sa décision. Que peut-on en déduire concernant la complexité

- (i) des problèmes NP-complets ?
- (ii) des problèmes NP en général ?

NB. Ici "problème" peut être vu comme synonyme de "décision d'un langage".

(3) NP et co-NP.

Soit co-NP la classe des langages complémentaires de ceux dans NP : pour $L \subseteq \Sigma^*$, L est co-NP si et seulement si $\bar{L} = \Sigma^* \setminus L$ est NP.

- (i) Expliquer ce que signifie "L est co-NP" et la décision " $w \in$ ou $\notin L$ " en termes de machine de Turing non-déterministe polynomialement bornée.
- (ii) Montrer que si co-NP \neq NP, alors P \neq NP.

(4) Passer par tous les états.

Montrer que le problème suivant est semi-décidable : "étant donné une machine de Turing M et un mot w , si M prend en entrée le mot w , passera-t-elle par tous ses états ?" En d'autres termes, l'ensemble des couples (M, w) tels que M est une machine de Turing, w est un mot, et avec w en entrée M passe par tous ses états, est récursivement énumérable.