

Complexité et Calculabilité

Contrôle Continu n°1

Durée : 35 minutes

Responsable : Prof. Christian RONSE

Tous documents en papier autorisés mais non partagés

Calculettes inutiles

Téléphones et appareils électroniques éteints et rangés dans un sac fermé

Justifiez soigneusement vos réponses

(1) Calcul de fonction par une machine de Turing à 2 bandes.

Soit Σ un alphabet, et soit $f : \Sigma^* \rightarrow \Sigma^*$ la fonction qui dans un mot w garde la première occurrence de chaque caractère et supprime toutes les occurrences suivantes, par exemple

$$f(\text{abracadabra}) = \text{abrcd}$$

$$f(\text{repeter}) = \text{rept}$$

$$f(\text{babebibobu}) = \text{baeiou}$$

Décrire une machine de Turing déterministe à 2 bandes qui lit un mot $w \in \Sigma^*$ sur la première bande et écrit $f(w)$ sur la deuxième bande ; au démarrage et à l'arrêt les 2 têtes de lecture doivent être sur le blanc à droite de \triangleright . En d'autres termes, la machine démarre avec la configuration $(s, \triangleright \sqcup w, \triangleright \sqcup)$ et termine avec la configuration $(h, \triangleright \sqcup w, \triangleright \sqcup f(w))$.

La description sera d'abord donnée en français, puis par assemblage de machines élémentaires agissant sur chacune des bandes, où la bande traitée est indiquée par un nombre entre parenthèses mis en exposant, par exemple :

$a^{(2)} \rightarrow$ si la tête de lecture de la 2e bande lit le symbole a , alors...

$a^{(1)}$ écrire a dans la case lue en 1ère bande.

$L_x^{(2)}$ déplacer à gauche la tête de lecture de la 2e bande jusqu'à arriver sur une case avec un caractère différent de x .

$R_{x, \sqcup}^{(2)}$ déplacer à droite la tête de lecture de la 2e bande jusqu'à arriver sur une case avec x ou blanc.

(2) Compteur.

Une décision (ou un calcul) sur une machine de Turing utilise un compteur (à valeurs entières ≥ 0). Expliquer quelle est la meilleure façon d'implémenter ce compteur :

(a) par des états supplémentaires du contrôle,

(b) par une bande supplémentaire,

dans les deux cas suivants :

(i) le compteur ne prend qu'un petit nombre de valeurs, par exemple 0, 1, 2 et 3 ;

(ii) le compteur peut prendre comme valeur n'importe quel entier naturel, sans aucune borne.