Preuve formelle en géométrie

Thématique: Géométrie et preuve
Laboratoire: Laboratoire des Sciences de l'Images, de l'Informatique et de la Télédétection, Université Louis Pasteur, Strasbourg
Equipe: Informatique Géométrique et Graphique
Encadrants:

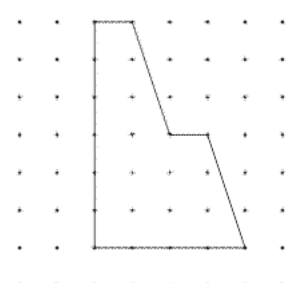
- Nicolas Magaud (Nicolas.Magaud@dpt-info.u-strasbg.fr)
- Julien Narboux (Julien.Narboux@dpt-info.u-strasbg.fr)

Récemment, une liste de 100 théorèmes célébres méritant d'être prouvés de manière formelle a été établie [1]. Parmi eux figure un théorème original de géométrie discrète. Aucune preuve formelle de ce théorème n'a encore été proposée. L'objectif de ce TER est de fournir la première preuve formelle de ce résultat à l'aide de l'assistant de preuve Coq [2].

Il s'agit du théorème de Pick qui fournit un procédé de calcul de l'aire d'un polygone simple dessiné sur une grille.

Soit un polygone simple construit sur une grille de points équidistants tel que tous ses sommets soient des points de la grille ; le théorème de Pick fournit une formule simple pour calculer l'aire A de ce polygone en se servant du nombre i de points intérieurs du polygone et du nombre b de points du bord du polygone :

$$A = i + \frac{1}{2}b - 1$$



Dans l'exemple ci-dessus, nous avons $i = 9$ et $b = 14$, ainsi, l'aire est $A = 9 + \frac{1}{2}.(14) - 1 = 9 + 7 - 1 = 15$ (unités carrées).

Le but du TER est de formaliser ce théorème au moyen de l'assistant de preuve Coq. Il faudra définir les structures de données nécessaires en Coq, puis énoncer le théorème. Enfin, il faudra formaliser la preuve par induction du théorème.

[1]`http://www.cs.ru.nl/~freek/100/`
[2]`http://coq.inria.fr`